

CARACTERÍSTICAS ANALÍTICAS NOLINEALES EN ESTRUCTURAS

Esp. Ing. Ricardo Oviedo Sarmiento

Especialista Ing. Sismorresistente - UNI

Maestría Ing. Estructural - UNI

Catedrático – UNFV

oviedos@email.com

<http://oviedos.tripod.com/oviedo.htm>

Palabras Clave: Características, Análisis No lineal, Estructuras, Sismorresistente.

RESUMEN

El presente artículo explicara y comentara sobre las capacidades de análisis inelástico tridimensional de estructuras sometidas a fuerzas sísmicas, básicamente del programa SAP2000 en su última versión.

En el análisis estructural, el crear un modelo en la computadora con un finito número de miembros con masas y un finito número de desplazamientos nodales que simulen el real comportamiento de la estructura es un proceso más que importante. Las masas pueden ser estimadas y las propiedades de rigidez también con adecuada aproximación gracias a los experimentos. Pero las cargas dinámicas, la disipación de energía y las condiciones de borde son difíciles de estimar. Debido a lo complejo del análisis dinámico sísmico inelástico se requieren de simplificaciones para obtener un modelo matemático soluble con las computadoras disponibles.

Solamente los elementos estructurales con rigidez y ductilidad importante deben ser modelados. Los componentes no estructurales pueden ser obviados. Los cortantes y deformaciones axiales pueden ser considerados sin mayor esfuerzo por los programas de cómputo actuales. La rigidez de la losa rígida ha sido aceptada para la mayoría de las estructuras (1).

La masa de la estructura puede ser estimada con gran precisión. La mayor suposición requerida es estimar la cantidad de carga viva a ser incluida en la masa. En el caso de utilizar la aproximación del diafragma rígido, el momento rotacional de inercia de la masa debe ser calculado.

1. ANÁLISIS TRIDIMENSIONAL NO LINEAL

Las ecuaciones fundamentales de equilibrio de fuerza-deformación y compatibilidad son satisfechas. La fuerza exacta de equilibrio del modelo en computadora de una estructura en un tiempo t es expresada por la siguiente ecuación matricial:

$$M \ddot{u}(t) + C \dot{u}(t) + K u(t) + R(t)_{NL} = R(t) \quad (1)$$

Donde M , C y K son las matrices de masas, amortiguamiento proporcional y rigidez respectivamente. El tamaño de estas matrices cuadradas es igual al número total de puntos de desplazamientos nodales desconocidos. La matriz de rigidez elástica K no toma en cuenta la rigidez de los elementos no lineales. Los vectores dependientes del tiempo son la aceleración, velocidad y desplazamiento respectivamente. El vector $R(t)_{NL}$ es el vector de fuerza resultante de la suma de las fuerzas en los elementos no lineales y es calculado para cada iteración en cada instante de tiempo.

1.1 Aceleración sísmica

Generalmente en los análisis tiempo historia, 50 puntos por segundo son utilizados para definir un registro de aceleración sísmica, y se asume que la función de aceleración es lineal en cada incremento de tiempo, tal como se muestra en la figura 1.

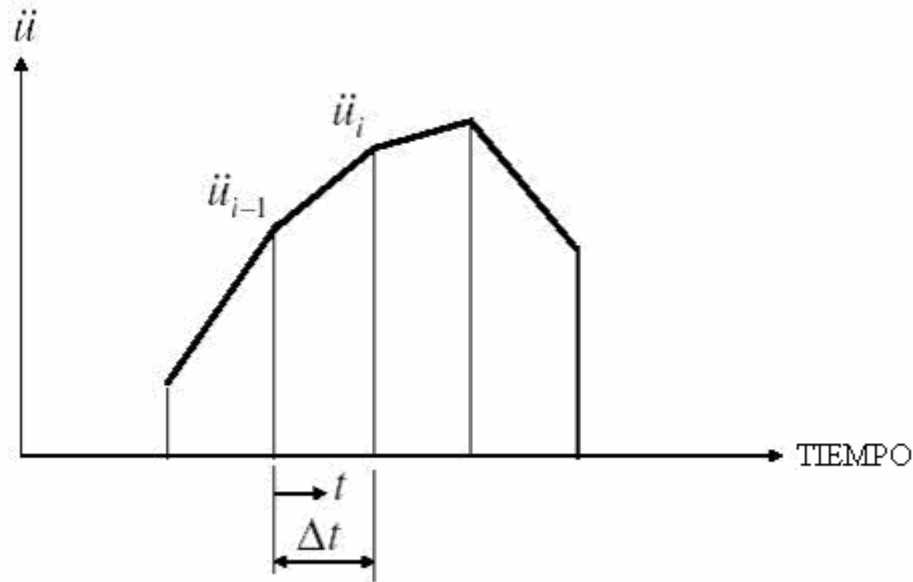


Figura 1 Incremento de tiempo en el registro sísmico

Las velocidades y los desplazamientos pueden entonces ser calculadas de la integración de las aceleraciones y velocidades en cada intervalo de tiempo (2):

$$\ddot{\mathbf{u}} = \frac{1}{\Delta t} (\ddot{\mathbf{u}}_i - \ddot{\mathbf{u}}_{i-1}) \quad (2)$$

$$\ddot{\mathbf{u}}(t) = \ddot{\mathbf{u}}_{i-1} + t \ddot{\mathbf{u}} \quad (3)$$

$$\dot{\mathbf{u}}(t) = \dot{\mathbf{u}}_{i-1} + t \ddot{\mathbf{u}}_{i-1} + \frac{t^2}{2} \ddot{\mathbf{u}} \quad (4)$$

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_{i-1} + t \dot{\mathbf{u}}_{i-1} + \frac{t^2}{2} \ddot{\mathbf{u}}_{i-1} + \frac{t^3}{6} \ddot{\mathbf{u}} \quad (5)$$

Los desplazamientos son funciones cúbicas en cada incremento de tiempo. Si los desplazamientos son usados como carga sísmica especificada, pequeños pasos o un método de solución de orden superior, basado en desplazamientos cúbicos, debe ser utilizado para el análisis dinámico estructural. Si las aceleraciones son utilizadas como la carga básica, un método de solución de bajo orden, basado en funciones lineales, puede ser usado para resolver el problema de respuesta dinámica.

1.2 Método de solución paso a paso

El método de solución más general para el análisis dinámico es un método incremental en

donde las ecuaciones de equilibrio son resueltas a incrementos de tiempo Δt , $2\Delta t$, $3\Delta t$, etc. Existen un gran número de métodos de soluciones incrementales. En general, ellos envuelven una solución del juego completo de ecuaciones de equilibrio en cada incremento de tiempo. En el caso del análisis inelástico, puede ser necesario reformar la matriz de rigidez para el completo sistema estructural para cada paso en el tiempo (79). También, la interacción puede ser requerida en cada incremento de tiempo para satisfacer el equilibrio. Como un resultado de los grandes requerimientos computacionales, puede tomar una significativa cantidad de tiempo resolver los sistemas estructurales con una gran cantidad de grados de libertad.

1.3 Método de integración numérica

La aproximación más general para resolver la respuesta dinámica de sistemas estructurales es la integración numérica directa de las ecuaciones de equilibrio dinámico. Esto involucra satisfacer el equilibrio dinámico a discretos puntos en el tiempo después de que la solución ha sido definida en el tiempo cero. La mayoría de los métodos usan intervalos iguales de tiempo. Los métodos explícitos no involucran la solución de un grupo de ecuaciones lineales en cada paso. Básicamente, estos métodos utilizan la ecuación diferencial en el tiempo “t” para predecir una solución en el tiempo “t+ Δt ”. En general, todos los métodos explícitos son condicionalmente estables con respecto al tamaño del paso (2).

2. CARACTERÍSTICAS INELÁSTICAS DEL PROGRAMA SAP2000

2.1 Amortiguamiento viscoso

El amortiguamiento estructural proporciona un amortiguamiento inherente en el sistema estructural. Los procedimientos de análisis aplican un 5% de amortiguamiento viscoso, este porcentaje lo asumen la mayoría de los códigos sísmicos. Comúnmente se asume un amortiguamiento del tipo viscoso por su simplicidad matemática.

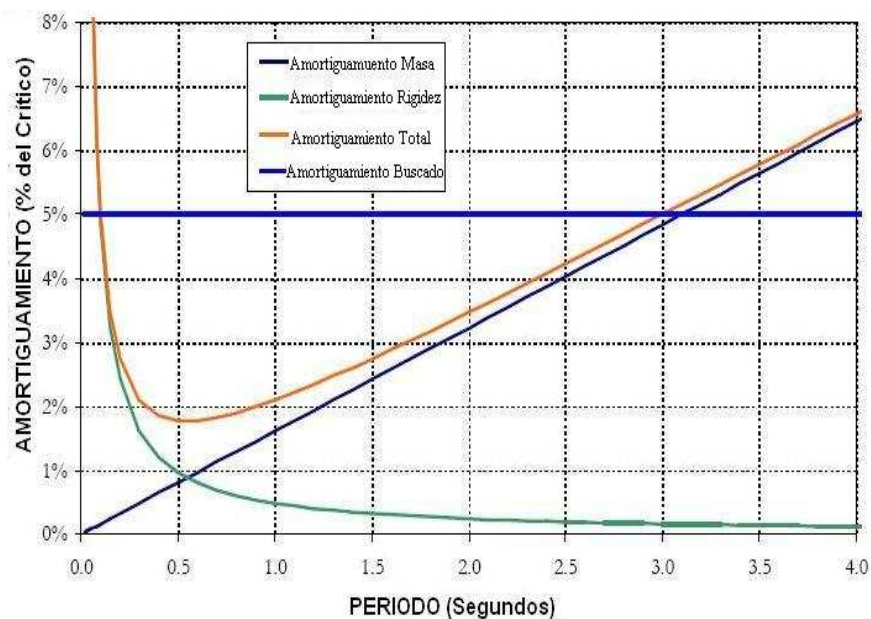


Figura 2 Amortiguamiento viscoso de Rayleigh

El amortiguamiento viscoso especificado es el amortiguamiento de Rayleigh, donde la matriz de rigidez [C], es construida de la matriz de masas [M] y la matriz de rigidez [K]:

$$[C] = \alpha [M] + \beta [K] \quad (6)$$

Donde α y β , son coeficientes especificados por el usuario.

Estas dos constantes pueden ser calculadas para dos períodos de respuesta, T_1 y T_2 , los cuales tienen asociados radios de amortiguamiento viscosos, λ_1 y λ_2 :

$$\alpha = \frac{4 (T_1 \lambda_1 - T_2 \lambda_2)}{(T_{22} - T_{12})} \quad (7)$$

$$\beta = \frac{T_1 T_2 (T_2 \lambda_1 - T_1 \lambda_2)}{(T_{22} - T_{12})} \quad (8)$$

El uso de estas dos constantes, α y β , permite especificar el amortiguamiento exactamente en dos períodos. Para todos los períodos entre estos dos períodos el amortiguamiento será menos que el especificado y para los períodos fuera del rango de estos dos períodos el amortiguamiento será mayor que el especificado.

2.2 Método de descarga de las rótulas

Si es necesario durante un análisis tiempo historia no lineal por integración directa, SAP2000 utilizara el método de redistribución local. Este método sólo descarga el elemento conteniendo la rótula a ser descargada. Cuando una rótula esta en un tramo negativo de la curva esfuerzo deformación y las cargas aplicadas causan que la deformación se invierta, el programa aplica una carga temporal, localizada, interna y equilibrada para descargar el elemento. Esto origina la descarga de la rótula. Una vez que la rótula es descargada, la carga temporal es invertida, transfiriendo la carga removida a los elementos vecinos (3). Este proceso es intentado para imitar como la fuerza de inercia puede estabilizar rápidamente un elemento descargándose.

2.3 Tolerancias de agrupamiento del evento

La solución del algoritmo no lineal utiliza una estrategia evento a evento para las rótulas en los elementos. Si se tiene una gran cantidad de rótulas en el modelo, esto podría resultar en una gran cantidad de pasos de solución. La tolerancia del agrupamiento del evento es utilizado para agrupar eventos juntos y reducir el tiempo de solución. La tolerancia del agrupamiento del evento es utilizada para la tolerancia de la fuerza del evento y para la tolerancia de deformación del evento (7). La tolerancia de la fuerza del evento y la tolerancia de deformación del evento son radios que son utilizados para determinar cuando un evento actualmente ocurre para una rótula. Esto se puede observar en la figura.

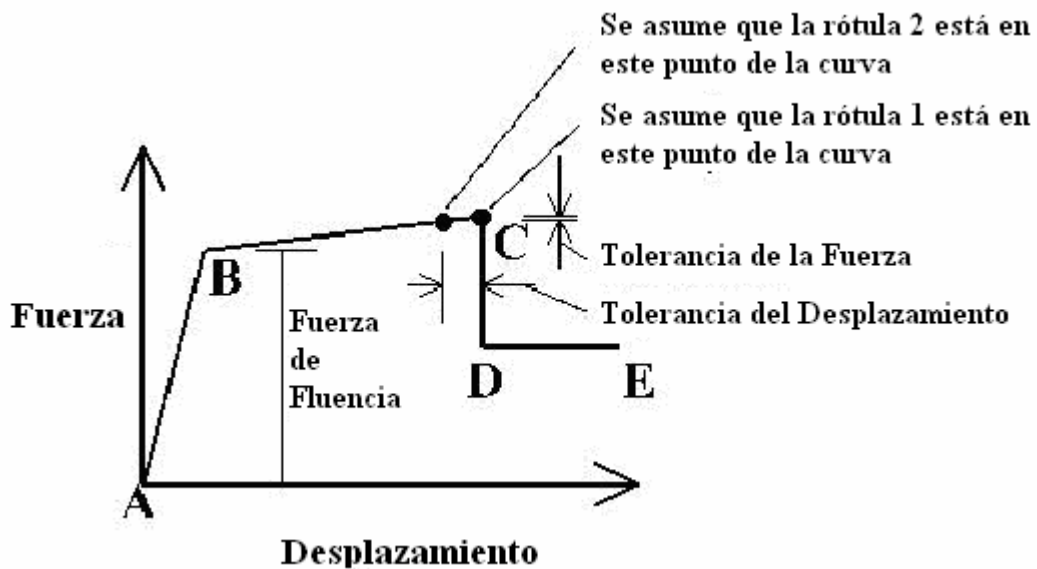


Figura 3 Tolerancia de agrupamiento del evento

2.4 Propiedades de las rótulas plásticas

Para cualquier grado de libertad de un elemento Frame, se pueden asignar las propiedades de las rótulas. El programa SAP2000 calcula las propiedades fuerza deformación basándose en el refuerzo asignado a los extremos del elemento.

Las propiedades de las rótulas por defecto son computadas de las propiedades de la sección del elemento al cual son asignadas. Estas son típicamente basadas en los criterios del FEMA-273 y/o ATC-40 (04, 05).

Las características de las rótulas (7), se muestran en la figura 3.4 y son:

- La pendiente entre los puntos B y C es tomada como el 10% de la deformación total por endurecimiento del acero.
- Los puntos C, D y E están basados en el ATC-40, tabla 9.6. Los cuatro refuerzos son promediados.
- El M_y está basado en el refuerzo del elemento o mínimo refuerzo requerido.
- La curva P-M-M tomada es la misma que el momento curvatura en conjunto con la definición de las curvas de interacción de momento-carga axial.

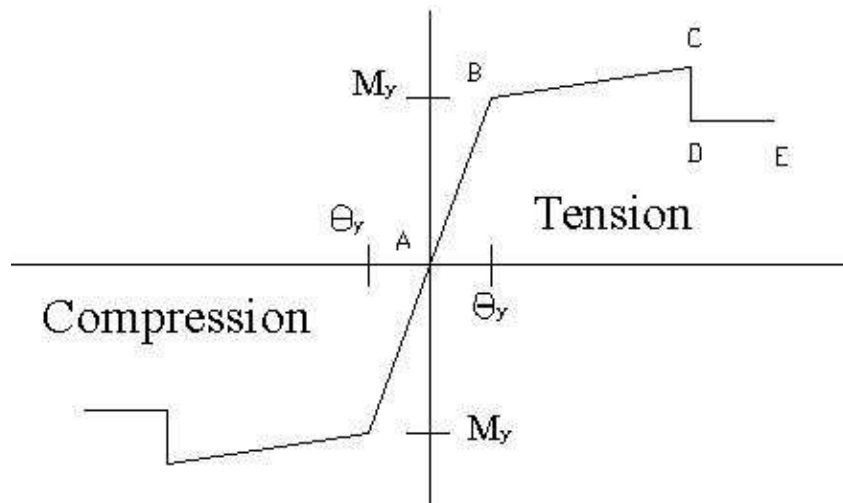


Figura 4 Curva momento-rotación de las rótulas plásticas

2.5 Parámetros de integración en el tiempo

Una variedad de métodos están disponibles para el análisis tiempo historia por integración directa. Debido a que estos están bien documentados no se describirán.

El método utilizado fue el método “Hilber-Hughes-Taylor” (HHT), el cual utiliza un simple parámetro llamado α . Este parámetro puede tomar valores entre 0 y $-1/3$. Para valores de $\alpha=0$, el método es equivalente al método de Newmark con valores de $\Gamma=0.5$ y $\beta=0.25$, el cual es lo mismo que el método de la aceleración promedio (también llamado regla trapezoidal). Utilizando valores de $\alpha=0$ ofrece los valores mas altos de precisión de los métodos disponibles, pero puede permitir excesiva vibración en los modos con frecuencias altas (15).

2.6 Brazos rígidos en los elementos

El programa puede calcular los brazos rígidos de la conectividad entre las propiedades de los elementos en el modelo. Se puede especificar factores de zona rígida en los elementos. Este es un factor utilizado para definir el porcentaje de la zona especificada a ser tratada como totalmente rígida (15). Las características de los brazos rígidos utilizados se pueden apreciar en la figura 3.5.

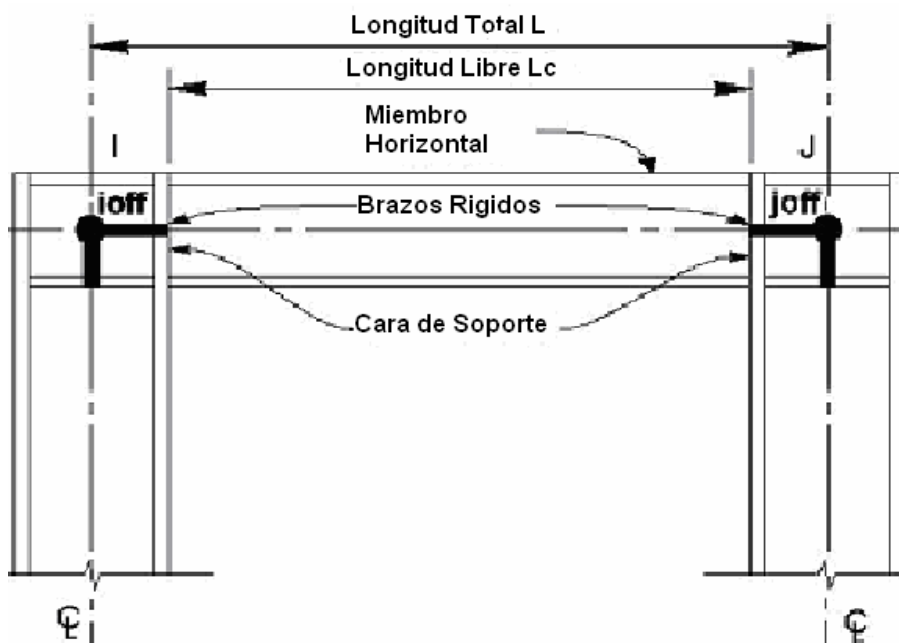


Figura 5 Brazos rígidos en los elementos

3. ELEMENTOS NOLINEALES

3.1 Propiedades de los elementos con rótulas plásticas

Son elementos tridimensionales donde el usuario debe definir un sistema de ejes locales de referencia 1-2-3 para definir las propiedades locales no lineales del elemento y así interpretar los resultados. Los tres desplazamientos y las tres rotaciones son posibles en ambos puntos I y J y pueden ser expresados en el sistema de referencias global X-Y-Z o en el local 1-2-3.

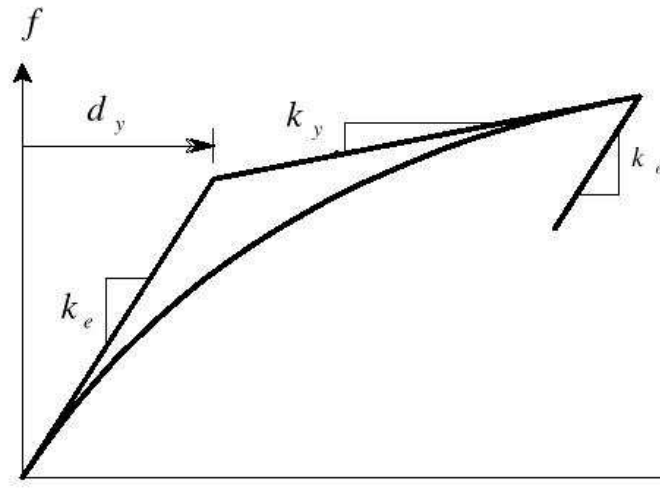


Figura 6 Comportamiento fundamental del elemento plástico

Las matrices de transformación de fuerza y desplazamiento para este elemento no lineal son las mismas que para el elemento viga (2). Cada elemento tridimensional tiene seis desplazamientos de cuerpo rígido, y el equilibrio del elemento puede ser expresado en términos de los seis desplazamientos relativos.

3.2 Propiedades plásticas generales

El modelo plástico está basado en el comportamiento histérico propuesto por Wen (1976), el cual permite una mayor flexibilidad y precisión (06). En este modelo cada grado de libertad de deformación puede especificarse independientemente de las propiedades plásticas uniaxiales. Todas las deformaciones internas son independientes (figura 7).

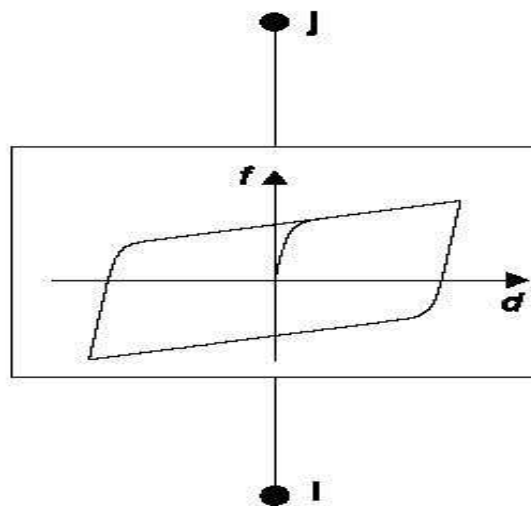


Figura 7 Comportamiento histérico del modelo de Wen

Si no se especifican las propiedades no lineales para un grado de libertad, este grado de libertad se comporta linealmente utilizando la rigidez efectiva, la cual puede ser cero.

El elemento general plástico puede ser usado para modelar varios tipos diferentes de materiales con propiedades plásticas (8). Las propiedades fundamentales y el comportamiento del elemento se ilustran en la figura 3.7. Donde k_e es la rigidez lineal inicial, k_y es la rigidez de fluencia

y \dot{d} es la deformación de fluencia.

La relación fuerza-deformación es calculada de la siguiente expresión:

$$F = k_y d + (k_e + k_y) e \quad (9)$$

Donde d es la deformación total y e es el término de la deformación elástica y tiene un rango de $\pm \dot{d}$.

4. CONCLUSIONES

- La realización de un análisis inelástico nos da una mayor aproximación al comportamiento real de la estructura ante un evento sísmico; debido a que la respuesta tiempo historia y los esfuerzos en los elementos varían respecto al tiempo.
- El mecanismo de formación de las rotulas plásticas nos permite conocer las zonas más vulnerables de la estructura y donde se debería poner mayor énfasis en el proceso de diseño o posible incorporación de mecanismos disipadores de energía.
- El uso del amortiguamiento suplementario por ser un método efectivo se recomienda para resistir la fuerza sísmica en las estructuras. El programa SAP2000 brinda varias opciones para poder incluir estas características en el sistema.
- El programa SAP2000 también presenta un método de análisis no lineal rápido (Fast Nonlinear Analysis – FNA), el cual es de suma ayuda para realizar análisis rápidos con solo algunos elementos con características no lineales.

5. REFERENCIAS

01. COMINETTI, S., and CRUZ, E. 2000. “Elastic and Inelastic Response of Three-Dimensional Buildings Models, a Comparison of Different Models for Analysis”, 12th World Conference on Earthquake Engineering. Auckland. New Zealand.
02. WILSON, E. 2002. “Three Dimensional Static and Dynamic Analysis of Structures”, A Physical Approach with Emphasis on Earthquake Engineering, Computer and Structures, Inc. Berkeley, California, USA.
03. COMPUTERS AND STRUCTURES, INC. 2003. “SAP2000 Help”, Computers and Structures, Inc. Berkeley, California, USA.
04. APPLIED TECHNOLOGY COUNCIL, 1996. “Seismic Evaluation and Retrofit of Concrete Buildings”, ATC40, Report N. SSC 96-01. Redwood City, California. USA.
05. FEMA. 1997. “NEHRP Guidelines and Commentary for the Seismic Rehabilitation of Buildings”, Reports N°. 273 and 274, October, Washington, D.C. USA.
06. BOZZO, M. AND BARBAT, H. 2002. “Diseño Sismorresistente de Estructuras”, Fondo Editorial del Instituto de la Construcción y Gerencia. Lima - Perú.
07. COMPUTERS AND STRUCTURES, INC. 2002 “SAP2000 Analysis Reference Manual”, Computers and Structures, Inc. Berkeley, California, USA.
08. COMPUTERS AND STRUCTURES, INC. 2003 “SAP2000 Version 8.2.7, A Computer Program for Linear and Nonlinear Static and Dynamic Analysis and Design of Three Dimensional Structures”, Berkeley, California, USA.
09. SANCHEZ, P. y SONZOGNI, V. 2002. “Análisis Sísmico No Lineal de Estructuras de Edificios”, XVII Jornada Argentina de Ingeniería Estructural, Rosario – Santa Fe. Argentina.
10. VASQUEZ, G. 1992. “Análisis Inelástico de Estructuras Aperticadas”, Informe de Investigación, CISMID – Universidad Nacional de Ingeniería, Lima – Perú.
11. OVIEDO, R. 2004. “Investigaciones en Ingeniería Civil”, Pagina web del autor con publicaciones en internet, <http://oviedos.tripod.com/oviedo.htm> - Lima - Perú.